

Całki wielokrotne

Zadanie 1

Obliczyć całki wielokrotne po prostokącie/równoległoboku

1. $\int_0^2 dx \int_2^4 xy dy$
2. $\int_0^1 dx \int_0^1 xy(x-y) dy$
3. $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 (x^2 + 2y^3 - z + xyz) dz$
4. $\int_0^{2\pi} dx \int_0^1 dy \int_0^1 (y^2 z \cos x) dz$
5. $\int_1^2 dx \int_1^2 dy \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) dz$

Zadanie 2

Obliczyć całki podwójne po obszarze D

1. $\iint_D (2x+1) dx dy$, $D : \triangle A(-1, 1), B(2, 2), C(-1, 1)$ kw
2. $\iint_D (x+2y) dx dy$, $D : \triangle A(0, 0), B(1, 1), C(0, 0)$ kw
3. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x-x^2}}$, $D : x=0, y^2=1-x$ kw
4. $\iint_D (x^2+y^3) dx dy$, $D : y=0, x=4, y=\sqrt{x}$
5. $\iint_D (x-y) dx dy$, $D : y=0, y=9-x^2$
6. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $D : x^2+y^2 \leq 1$ kw

Zadanie 3

Zastosowania

1. Znaleźć objętość bryły leżącej nad płaszczyzną Oxy i ograniczonej płaszczyzną $z=3x$, powierzchnią $x^2+y^2=4$ oraz płaszczyznami Oxy i Oxz . kw
2. Obliczyć pola obszarów ograniczonych liniami
 - a) $y=x^2, y=x+2$ min
 - b) $y=\sin x, y=\cos x, x=0$ min
3. Obliczyć objętość brył ograniczonej powierzchniami
 - a) $z=x^2+y^2, x+y=4, x=0, y=0, z=0$ min
 - b) $z^2=xy, x+y=1$ min