

Równania różniczkowe zwyczajne

Zadanie 1

Rozwiązać równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych

1. $3x^3y' = y$
2. $y' = \frac{y}{x^2+1}$
3. $y' = yxe^x$
4. $y'\sqrt{x^2+1} = xy$
5. $y'(1-x^2) = xy$
6. $y'\sqrt{9-x^2} = y$
7. $y'(x^2+16) = y$
8. $y'(9-x^2) = xy$
9. $xy' - y = 0$ min
10. $x + xy + y'(y + xy) = 0$ min
11. $(x^2 + y)y' = 2y + 1$ min
12. $y' \sin x \sin y = \cos x \cos y$ kw
13. $y'(1+x^2)e^y - 2x(e^y+1) = 0$ kw
14. $y' \sin x = y \ln y$ kw
15. $(e^y + 1)yy' = e^x$, wyznaczyć krzywą przechodzącą przez punkt $M(1, 1)$ kw

Zadanie 2

Rozwiązać równania różniczkowe (podstawienie)

1. $y' = 5x - 3y + 7$ kw
2. $y' = \sin(x - y)$ kw
3. $y' = 2x + y - 2 + \frac{1}{2x+y}$ kw
4. $y' = (x + 2y + 3)^2$ kw
5. $2x - y + (4x - 2y + 3)y' = 0$ kw
6. $xy' = x + y$ kw
7. $2\sqrt{xy} - y + xy' = 0$ kw
8. $(y + 2x)y' = 2y + x$ kw

9. $8y + 10x + (5y + 7x)y' = 0$ kw
10. $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ kw
11. $(x + y)y' + y = 0$ kw
12. $y^3y' + 3xy^2 + 2x^3 = 0$ kw
13. $2(x - 2y + 1) + (5x - y - 4)y' = 0$ kw
14. $3x + 3y - 1 + (x + y + 1)y' = 0$ kw
15. $3y - 7x + 7(7y - 3x + 3)y' = 0$ kw

Zadanie 3

Rozwiązać równania różniczkowe liniowe I rzędu

3.1

Metoda uzmienniania stałych

1. $y' - 2xy = x - x^3$ kw
2. $y' \cos xy = \frac{1}{2} \sin(2x)$ kw
3. $y' - \frac{y}{x} = 2$ kw
4. $xy' + 3y = x^2$ kw
5. $(1 + x^2)y' + y = \arctan x$ kw
6. $\cos xy' + \sin xy = 1$ kw
7. $\cos xy' + \sin xy = x \cos x + \frac{1}{2}x^2 \sin x$ kw
8. $y' + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
9. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$ miorski
10. $y' + y \ln x = \ln x$

3.2

Metoda przewidywań

1. $y' - 3y = 3e^x + 4$
2. $y' - 3y = \sin x$
3. $y' - 2y = x^2 - 3x$
4. $y' + y = 2x^2 - 2x + 1$
5. $y' - y = 5 \cos 2x$

6. $y' + 2y = 4 \sin x + 2 \cos x$
7. $y' + 5y = e^x - 2e^{4x}$
8. $y' + 3y = 2x + e^x$
9. $y' + y = e^{-x}$
10. $y' - 2y = 4e^{2x}$
11. $y' - 4y = 4e^{4x} \sin x$
12. $y' + 2y = x \sin 2x - x^2 \cos 2x$
13. $y' - y = (x^2 + 1)e^x$
14. $y' + 3y = (x + 3x^2) \sin x - 2 \cos(2x)$
15. $y' - 2y = x^3 e^{2x} + x$

Zadanie 4

Rozwiązać równania różniczkowe Bernoulli'ego

1. $y' - xy = -y^3 e^{-x^3}$ min
2. $xy' + y = -xy^2$ min
3. $xy' = y^2 + xy$ min
4. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$ kw
5. $xy' + y = -y^2 \ln x$ kw
6. $y' + \frac{xy}{1-x^2} = x\sqrt{y}$ kw

Zadanie 5

Rozwiązać równania różniczkowe drugiego rzędu

1. $y'' = 1 + (y')^2$ kw
2. $y'' = x + \sin x$ kw
3. $xy'' \ln x - y' = 0$ kw
4. $(y'')^2 - 4y' = 0$ kw
5. $y' = -y$ kw
6. $yy'' - (y')^2 = 0$ kw

Zadanie 6

Rozwiązać równania różniczkowe liniowe II rzędu

Zadanie 6.1

Metoda uzmienniania stałych

1. $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ kw
2. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ kw
3. $y'' + y = \operatorname{tg} x$ kw przykł
4. $y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ kw
5. $y'' + y = \frac{-1}{\cos^3 x}$ min
6. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$ min
7. $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$ min
8. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}} \ln x$ min

Zadanie 6.2

Metoda przewidywań

1. $y'' + 10y' + 25y = 3e^x + 2x$
2. $y'' - 4y = \sin x - 2 \cos x$
3. $y'' + 9y = x^2 - 3x + 1$
4. $y'' + 7y' = (2x^2 - 2x + 1)e^x$
5. $y'' + 16y = 5 \cos 2x - e^x$
6. $y'' + y = \cos x - 2 \sin x$
7. $y'' - 4y = 5xe^{2x}$
8. $y'' + y' = x^2 \sin x$
9. $y'' + 8y' + 16 = x \sin x - e^{-4x}$
10. $y'' + 4y = \sin x$, przy warunkach początkowych $x = 0, y = 1, y' = 1$. kw