

## Zadanie 6.1

Obliczyć całki nieoznaczone (proponowana metoda: całkowanie przez części)

1.  $\int x \sin x dx$
2.  $\int x \cos x dx$
3.  $\int x e^x dx$
4.  $\int x 5^x dx$
5.  $\int x^2 e^x dx$
6.  $\int x^3 \cos x dx$
7.  $\int \ln x dx$
8.  $\int \ln^2 x dx$
9.  $\int \sqrt{x} \ln x dx$
10.  $\int \ln^3 |x| dx$
11.  $\int \sin \ln x dx$
12.  $\int \cos \ln x dx$
13.  $\int x \arctan x dx$
14.  $\int x^2 \ln^2 x dx$
15.  $\int x^3 \ln^2 x dx$
16.  $\int \ln(x^2 + 1) dx$
17.  $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}} dx$
18.  $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$
19.  $\int 3^x \cos 2x dx$
20.  $\int 2^x \sin 4x dx$
21.  $\int 3^x e^{4x} dx$
22.  $\int x^4 \cos 3x dx$
23.  $\int x^2 e^x \cos x dx$
24.  $\int \arctan x dx$  \*
25.  $\int x \arcsin x dx$  \*

## Zadanie 6.2

Obliczyć całki nieoznaczone (proponowana metoda: całkowanie przez podstawienie)

1.  $\int x e^{-2x^2} dx$

2.  $\int e^{\sin x} \cos x dx$

3.  $\int \frac{1}{\cos^2 3x} dx$

4.  $\int \sqrt{2x-7} dx$

5.  $\int \frac{1}{\sqrt{9-5x}} dx$

6.  $\int \frac{3x}{\sqrt{5-3x^2}} dx$

7.  $\int \frac{6x^2-6x-2}{2x^3-3x^2-2x+7} dx$

8.  $\int \operatorname{tg} x dx$

9.  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

10.  $\int \frac{\cos x}{2-4 \sin x} dx$

11.  $\int \sin^3 x \cos x dx$

12.  $\int \sqrt[3]{2+5 \sin x} \cos x dx$

13.  $\int \frac{1}{x \sqrt{1-\ln^2 x}} dx$

14.  $\int \frac{\sqrt[5]{2-3 \tan x}}{\cos^2 x} dx$

15.  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

16.  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$

17.  $\int \frac{\ln^6 x}{x} dx$

18.  $\int \sin^3 x \cos^7 x dx$

19.  $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$

20.  $\int \frac{7x}{\sqrt{1+x^4}} dx$

21.  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$

22.  $\int \frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}} dx$

23.  $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx$

24.  $\int \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} dx$

25.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

### Zadanie 6.3

Obliczyć całki nieoznaczone (wymierne)

1.  $\int \frac{x+16}{(x+1)(x+2)(x+4)} dx$

2.  $\int \frac{17x^2-x-26}{x^4-5x^2+4} dx$

3.  $\int \frac{2x^3-19x^2+58x-42}{x^2-8x+16} dx$

4.  $\int \frac{x^4+2x-x+16}{x^2+2} dx$

5.  $\int \frac{2x^3+3x^2+x-2}{x^2+2x+1} dx$

6.  $\int \frac{x^5+2}{x^2-1} dx$

7.  $\int \frac{4x^2-6x+6}{x^3+3x^2-4} dx$

8.  $\int \frac{x+13}{x^2-4x-5} dx$

9.  $\int \frac{3x}{4+5x^2} dx$

10.  $\int \frac{1}{3+2x^2} dx$

11.  $\int \frac{2x-13}{x^2-10x+25} dx$

12.  $\int \frac{1}{13-6x+x^2} dx$

13.  $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+5} dx$

14.  $\int \frac{x+1}{x^2-x+1} dx$

15.  $\int \frac{x+3}{x^2-4x+6} dx$

16.  $\int \frac{2x^2+1}{x^4+x^2} dx$

17.  $\int \frac{1}{2x^2+9x-5} dx$

18.  $\int \frac{1}{9x^2-12x+4} dx$

19.  $\int \frac{1}{2x^2-12x-27} dx$

20.  $\int \frac{x+1}{2x^2+6x+5} dx$

21.  $\int \frac{3x^2-5x+2}{x^3-2x^2+3x-6} dx$

22.  $\int \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

23.  $\int \frac{2x+1}{(x^2+1)^2} dx$

24.  $\int \frac{1}{(x^2+x+1)^2} dx$

25.  $\int \frac{x-3}{(x^2+x+1)^2} dx$

## Zadanie 6.4

Obliczyć całki nieoznaczone

1.  $\int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$
2.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$
3.  $\int \frac{1}{\sqrt{7-6x-x^2}} dx$
4.  $\int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
5.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x-3x^2}} dx$
6.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{-3x^2-30x+71}} dx$
7.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$
8.  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$
9.  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+1}} dx$
10.  $\int \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-2x+1}} dx$
11.  $\int \frac{3x-4}{\sqrt{4x^2+5x-8}} dx$
12.  $\int \frac{3x+2}{\sqrt{x^2-5x+19}} dx$
13.  $\int \frac{6x^3-22x^2+21x-7}{\sqrt{x^2-4x+3}} dx$
14.  $\int \frac{x^3-x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$
15.  $\int \sqrt{16-x^2} dx$
16.  $\int x\sqrt{6+x-x^2} dx$
17.  $\int (2x-1)\sqrt{6x-x^2} dx$
18.  $\int (3-2x)\sqrt{6x-4x^2-4x} dx$
19.  $\int \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt[3]{x}}} dx$
20.  $\int \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx$
21.  $\int \frac{1}{\sqrt{x+1+\sqrt[3]{x+1}}} dx$
22.  $\int \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})^2} dx$
23.  $\int \frac{1}{\sqrt{x-5+\sqrt{x-7}}} dx$
24.  $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$
25.  $\int \frac{1}{x+1} \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} dx$

## Zadanie 6.5

Obliczyć całki nieoznaczone

1.  $\int \cos^2 x dx$

2.  $\int \sin^4 x dx$

3.  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

4.  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

5.  $\int \sin^3 x dx$

6.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$

7.  $\int \frac{1}{\sin x \cos x} dx$

8.  $\int \frac{1}{\sin^4 x \cos^4 x} dx$

9.  $\int \frac{1}{\tan^8 x} dx$

10.  $\int \frac{1}{\sin^3 x} dx$

11.  $\int \frac{1}{5-3 \cos x} dx$

12.  $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx$

13.  $\int \frac{1}{2-4 \sin x+3 \cos x} dx$

14.  $\int \sin 3x \cos 4x dx$

15.  $\int \sin 2x \sin 4x dx$

16.  $\int \sin 3x \sin 5x dx$

17.  $\int \sinh x dx$

18.  $\int \cosh x dx$

19.  $\int \tanh x dx$

20.  $\int \frac{1}{\sinh x \cosh x} dx$

## Zadanie 6.6

Obliczyć całki oznaczone

1.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

2.  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

3.  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$

$$4. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$$

$$5. \int_0^1 \frac{1}{e^x+1} dx$$

$$6. \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$7. \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$$

$$8. \int_4^5 \frac{x}{x^4-4} dx$$

$$9. \int_{-3}^{-2} \frac{1}{x^2+2x+1} dx$$

$$10. \int_0^2 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$$

## Zadanie 6.7

Zastosowania całki oznaczonej

1. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

(a)  $y = \sin x, x = \pm \frac{\pi}{2}, OX$

(b)  $y^2 = 2x, x = 8$

(c)  $y = x^3 + x^2 - 2x, x = \pm 2, OX$

(d)  $y^2 = x, 2x = y^2 + 4$

2. Obliczyć długość łuku krzywej

(a)  $y^2 = 4x^3, y > 0, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$

(b)  $y = 1 - \ln(\cos x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

3. Obliczyć objętość bryły powstałej podczas obrotu dookoła osi  $OX$  krzywej  $xy = 1$  oraz płaszczyznami  $x = 1, x = 4$ .

4. Obliczyć pole powierzchni bryły powstałej podczas obrotu krzywej  $y^2 = 4x$ , w granicach  $0 \leq x \leq 3$ , dookoła osi  $OX$  oraz objętość bryły ograniczonej tą powierzchnią i płaszczyznami  $x = 0, x = 3$ .

## Zadanie 6.8

Obliczyć całki niewłaściwe

$$1. \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$2. \int_0^1 \frac{x}{1-x} dx$$

$$3. \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$4. \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x} dx$$

$$5. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x dx$$

$$6. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$7. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctan^2 x}{1+x^2} dx$$

$$8. \int_4^{+\infty} \frac{1}{(x-3)^2} dx$$

$$9. \int_3^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$10. \int_1^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$