Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych

Zadania na ocenę dostateczny

zad.1. Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu względem każdej zmiennej występującej w funkcji

(a) $u(x,y,z) = x^4\sqrt[3]{y^5} - \sin^5(xy) + \cos(xz)^5$

(b) $u(x,y,z) = (\operatorname{arc\,tg} x^8) \cdot \ln(\sqrt{y} + \frac{2}{z^5})$

(c) $u(x,y,z) = \left(\frac{4}{x} - \frac{y^4}{3}\right) \cdot \left(\sqrt[4]{z^3} - \frac{4}{\sqrt{y^3}}\right)$

(d) $u(x,y,z) = \dfrac{2x^5y^7z^9 - \ln(2x-4y)}{\sin(yz)}$

(e) $u(x,y,z) = \dfrac{2 \cdot 5^x + 6y^5 6z^3 + 2y^2}{6z^3 - 6x + y}$

(f) $u(x,y,z) = \operatorname{arc\,tg} y^8 + \arcsin^8 z - x^7 \ln\left(\frac{x^5}{y}\right)$

(g) $u(x,y,z) = 5\sin^4(\sqrt{xy} + 2z) + 5\cos(\sqrt{zy} + x)^4$

(h) $u(x,y,z) = \operatorname{tg}^5(xyz) + \operatorname{ctg}(xyz)^6$

(i) $u(x,y,z) = 3x^4y^5z^6 + \sin^3 x + \cos y^3$

(j) $u(x,y,z) = \dfrac{x^2+5y}{4z^3} + xyz$

(k) $u(x,y,z) = 2\ln^5(\frac{2xy}{z}) + \ln^3(2x+4y) + \ln(2x+4y)^3$

(l) $u(x,y,z) = \sqrt[3]{3x^4y^5z^6 + \sin^3 x + \cos y^3}$

(m) $u(x,y,z) = \sqrt{\dfrac{x^2+5y}{4z^3} + xyz}$

(n) $u(x,y,z) = \sqrt{x^3} \cdot \sqrt[3]{y^2} \cdot \sqrt[4]{z} + \dfrac{\sqrt{x^2+y^3+z^4}}{\sqrt[5]{z^4}}$

(o) $u(x,y,z) = (2y^3 + 4x^4)^6 + (\cos^4 x) \cdot \ln 4y + e^{\sin z} \cdot \sqrt[3]{y}$

(p) $u(x,y,z) = (3x^2 + 2y^4)^5 + (\cos^5 z) \cdot \ln 4x + e^{\sin z} \cdot y^6$

(q) $u(x,y,z) = \left(5x^3y^3 + \frac{x^4}{5}\right)^4 + (\ln^5 x) \cdot \sin\sqrt{y} + e^{\operatorname{arc\,tg} x^4} \cdot \sqrt[3]{z^2}$

(r) $u(x,y,z) = \cos\left(e^{x^3} + \frac{4}{y^2}\right) + 5x^4 \cdot \sqrt{y} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{z^5}} - 3\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{z}{2} + \frac{4}{y}\right)$

Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych

Zadania na wyższą ocenę

zad.2. Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu względem każdej zmiennej występującej w funkcji

(a) $u(x,y) = y^{4x^2}$

(b) $u(x,y) = x^{\sqrt{y}}$

(c) $u(x,y) = y^{\sin 5x^6}$

(d) $u(x,y) = (\ln\sqrt{x})^{\sin y^4}$

(e) $u(x,y) = (\sin x)^{\ln y}$

(f) $u(x,y) = (\sin x)^{\operatorname{arc\,tg} y}$

(g) $u(x,y) = (\cos y)^{\sqrt[3]{x^2}}$

(h) $u(x,y) = (\cos y)^{\ln x^4}$

(i) $u(x,y) = 6x^{2y^4}$

(j) $u(x,y) = (6x)^{2y^4}$

(k) $u(x,y) = 4y^{\cos x^3}$

(l) $u(x,y) = (4y)^{\cos^3 x}$

zad.3. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

(a) $f(x,y) = 2x^2 + 3xy + y^2 - 2x - y + 1$

(b) $f(x,y) = (x+y)^2 - (x + 5y + xy)$

(c) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

(d) $f(x,y) = x^3 + y^3 + 6xy + 1$

(e) $f(x,y) = x^3 + 3x^2y - 6xy - 3y^2 - 15x - 15y$

(f) $f(x,y) = x^2 - 6xy + y^3 + 3x + 6y$

(g) $f(x,y) = x^3 + y^2 - 6xy - 48x$

(h) $f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$

(i) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$

(j) $f(x,y) = e^{x-y} \cdot (x^2 - 2y^2)$

(k) $f(x,y) = (2x + y^2)e^x$

(l) $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$

(m) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 32\ln(xy)$ gdzie $x > 0$ i $y > 0$

(n) $f(x,y) = \dfrac{8}{x} + \dfrac{x}{y} + y$ gdzie $x > 0$ i $y > 0$